

Ejercicios de Matrices como aplicaciones en la vida real

1. Cierta fábrica de colonias posee tres marcas X, Y, Z, distribuyendo su producción en cuatro tiendas. Los litros almacenados en la primera tienda vienen dados por la siguiente matriz:

$$\begin{array}{l} \text{Agua de colonia} \\ \text{Perfume} \\ \text{Esencia} \end{array} \begin{array}{c} X \quad Y \quad Z \\ \left(\begin{array}{ccc} 22 & 46 & 80 \\ 2 & 1,5 & 3 \\ 0,6 & 0,2 & 0,1 \end{array} \right) = A \end{array}$$

La segunda tienda almacena el doble que la primera, la tercera la mitad y la cuarta el triple ¿Qué volumen de producción se tiene almacenada en total?.

2. Tres individuos G_i , $i = 1, 2, 3$, transmiten un mensaje a otros cuatro P_i , $i = 1, 2, 3, 4$, según indica la

$$\begin{array}{l} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{array} \begin{array}{c} P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4 \\ \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) = R_1$$

siguiente matriz: donde **1** en la posición (i,j) significa que G_i se ha comunicado con P_j ; un **0** indica ausencia de relación. A su vez, los P_i se han relacionado con otros Q_i , $i =$

$$\begin{array}{l} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{array} \begin{array}{c} Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \\ \left(\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right) = R_2$$

1, 2, 3, según muestra en la siguiente matriz:

Efectúa el producto $R_1 \cdot R_2$ e interpreta sus valores.

3. En una prueba de pentatlón tres atletas A_1, A_2, A_3 han obtenido las puntuaciones siguientes: Matriz A:

$$\begin{array}{l} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} \begin{array}{c} 200 \text{ m} \quad 1.500 \text{ m} \quad \text{Longitud} \quad \text{Disco} \quad \text{Jabalina} \\ \left(\begin{array}{ccccc} 8 & 7 & 6 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 6 & 3 & 10 \\ 9 & 6 & 7 & 2 & 5 \end{array} \right)$$

La ponderación de la prueba varía según el jurado J_i ($i = 1, 2, 3$) que califique, como muestra la matriz J :

$$\begin{array}{l}
 200\text{ m} \\
 1500\text{ m} \\
 \text{Longitud} \\
 \text{Disco} \\
 \text{Jabalina}
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 J_1 & J_2 & J_3 \\
 2 & 1 & 1,5 \\
 2 & 3 & 2 \\
 2 & 2 & 3,5 \\
 2 & 2 & 1,5 \\
 2 & 2 & 1,5
 \end{pmatrix}$$

¿Cómo sería el podio según cada uno de los jurados?.

4. Una fábrica produce dos modelos de coches A y B, en tres acabados: GX, GD y Ti. Produce, al mes, del modelo A: 200, 100 y 50 unidades en los acabados GX, GD y Ti, respectivamente. Produce del modelo B: 150, 50 y 10 unidades de análogos acabados. El acabado GX lleva 25 horas de taller de chapa y 10 horas de montaje. El acabado GD lleva 28 horas de taller de chapa y 12 de montaje y el acabado Ti lleva 28 y 15 horas de chapa y montaje, respectivamente.

(a) Elabora dos matrices que contengan la información dada.

(b) Calcula las horas de taller de chapa y de montaje que son necesarias para cada uno de los modelos.

5. Los envíos humanitarios, en toneladas, de cierto país, a tres naciones del Tercer Mundo A, B, C,

$$\begin{array}{l}
 \text{Ropa} \\
 \text{Medicinas} \\
 \text{Viveres}
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 A & B & C \\
 220 & 180 & 300 \\
 12 & 40 & 9 \\
 680 & 450 & 760
 \end{pmatrix}$$

cada uno de los años 1994 y 1995, se describen en la siguiente matriz:

Se estima que el valor de cada tonelada (en dólares) de esos artículos ha

$$\begin{array}{l}
 1994 \\
 \text{sidó: } 1995
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 \text{Ropa} & \text{Medicamentos} & \text{Viveres} \\
 200 & 50.000 & 110 \\
 210 & 54.000 & 115
 \end{pmatrix}$$

Calcula: a) El valor de la ayuda recibida por cada país, en esos años. b) El valor total de la ayuda enviada en 1995.

6. Tres ebanistas: José, Pedro y Arturo trabajan a destajo para una compañía de muebles. Por cada juego de alcoba en caoba les pagan 500€; si es de cedro les pagan 400€ y si es de pino tratado les pagan 100€. A continuación están las matrices A y B que representan sus producciones en enero y febrero. La matriz X es la matriz pago/unidad.

	Producción enero A			Producción febrero B			Salario/ Unidad
José	Caoba	Cedro	Pino	Caoba	Cedro	Pino	$X \begin{cases} \text{Caoba} & 500 \\ \text{Cedro} & 400 \\ \text{Pino} & 100 \end{cases}$
Pedro	2	0	3	1	2	3	
Arturo	1	1	4	2	0	3	
	1	2	3	2	1	4	

Calcule las siguientes matrices y decida que representan.

- a) AX b) BX c) $A+B$ d) $(A+B)X$

7. Un hipermercado quiere ofertar tres clases de bandejas: A, B y C. La bandeja A contiene 40 g de queso manchego, 160 g de roquefort y 80 g de camembert; la bandeja B contiene 120 g de cada uno de los tres tipos de queso anteriores; y la bandeja C, contiene 150 g de queso manchego, 80 g de roquefort y 80 g de camembert. Si se quiere sacar a la venta 50 bandejas del tipo A, 80 de B y 100 de C, obtén matricialmente la cantidad que necesitarán, en kilogramos de cada una de las tres clases de quesos.

Sol.- Organizamos los datos que tenemos en dos matrices; su producto nos da la matriz que buscamos, con las cantidades en gramos.

$$\begin{matrix} M \\ R \\ Ca \end{matrix} \begin{pmatrix} A & B & C \\ 40 & 120 & 150 \\ 160 & 120 & 80 \\ 80 & 120 & 80 \end{pmatrix} \cdot \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{matrix} M \\ R \\ Ca \end{matrix} \begin{pmatrix} 26\,600 \\ 25\,600 \\ 21\,600 \end{pmatrix}$$

Si queremos las cantidades expresadas en kilogramos, haremos:

$$\frac{1}{1000} \cdot \begin{pmatrix} 26\,600 \\ 25\,600 \\ 21\,600 \end{pmatrix} = \begin{matrix} M \\ R \\ Ca \end{matrix} \begin{pmatrix} 26,6 \\ 25,6 \\ 21,6 \end{pmatrix}$$

8. Tres personas, A, B, C, quieren comprar las siguientes cantidades de fruta:

A: 2 kg de peras, 1 kg de manzanas y 6 kg de naranjas.

B: 2 kg de peras, 2 kg de manzanas y 4 kg de naranjas.

C: 1 kg de peras, 2 kg de manzanas y 3 kg de naranjas.

En el pueblo en el que viven hay dos fruterías, F_1 y F_2 .

En F_1 , las peras cuestan 1,5 euros/kg, las manzanas 1 euro/kg, y las naranjas 2 euro/kg.

En F_2 , las peras cuestan 1,8 euros/kg, las manzanas 0,8 euros/kg, y las naranjas 2 euros/kg.

- a) Expresa matricialmente la cantidad de fruta (peras, manzanas y naranjas) que quiere comprar cada persona (A , B , C).
- b) Escribe una matriz con los precios de cada tipo de fruta en cada una de las dos fruterías.
- c) Obtén una matriz, a partir de las dos anteriores, en la que quede reflejado lo que se gastaría cada persona haciendo su compra en cada una de las dos fruterías.

Solución:

$$\begin{array}{l} \text{a) } A \begin{pmatrix} P & M & N \\ 2 & 1 & 6 \\ B & 2 & 2 & 4 \\ C & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{b) } P \begin{pmatrix} F_1 & F_2 \\ 1,5 & 1,8 \\ M & 1 & 0,8 \\ N & 2 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

- c) El producto de las dos matrices anteriores nos da la matriz que buscamos:

$$\begin{array}{l} \begin{matrix} P & M & N \\ A \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ B & 2 & 2 & 4 \\ C & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} F_1 & F_2 \\ P \begin{pmatrix} 1,5 & 1,8 \\ M & 1 & 0,8 \\ N & 2 & 2 \end{pmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} F_1 & F_2 \\ A \begin{pmatrix} 16 & 16,4 \\ B & 13 & 13,2 \\ C & 9,5 & 9,4 \end{pmatrix} \end{matrix} \end{array}$$

9. Tres familias, A , B , y C , van a ir de vacaciones a una ciudad en la que hay tres hoteles,

H_1 , H_2 y H_3 . La familia A necesita 2 habitaciones dobles y una sencilla, la familia B necesita 3 habitaciones dobles y una sencilla, y la familia C necesita 1 habitación doble y dos sencillas.

En el hotel H_1 , el precio de la habitación doble es de 84 euros/día, y el de la habitación sencilla es de 45 euros/día. En H_2 , la habitación doble cuesta 86 euros/día, y la sencilla cuesta 43 euros/día. En H_3 , la doble cuesta 85 euros/día, y la sencilla 44 euros/día.

- a) Escribe en forma de matriz el número de habitaciones (dobles o sencillas) que necesita cada una de las tres familias.
- b) Expresa matricialmente el precio de cada tipo de habitación en cada uno de los tres hoteles.
- c) Obtén, a partir de las dos matrices anteriores, una matriz en la que se refleje el gasto diario que tendría cada una de las tres familias en cada uno de los tres hoteles.

Solución.-

$$\begin{array}{l} \text{a) } A \begin{pmatrix} D & S \\ 2 & 1 \\ B & 3 & 1 \\ C & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{b) } D \begin{pmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \\ 84 & 86 & 85 \\ S & 45 & 43 & 44 \end{pmatrix} \end{array}$$

- c) El producto de las dos matrices anteriores nos da la matriz que buscamos:

$$\begin{matrix} & D & S \\ A & \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \\ B & \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix} \\ C & \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} H_1 & H_2 & H_3 \\ D & \begin{pmatrix} 84 & 86 & 85 \end{pmatrix} \\ S & \begin{pmatrix} 45 & 43 & 44 \end{pmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} H_1 & H_2 & H_3 \\ A & \begin{pmatrix} 213 & 215 & 214 \end{pmatrix} \\ B & \begin{pmatrix} 297 & 301 & 299 \end{pmatrix} \\ C & \begin{pmatrix} 174 & 172 & 173 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

10. Una empresa tiene tres factorías, F_1 , F_2 , F_3 , en las que se fabrican diariamente tres tipos diferentes de productos, A , B y C , como se indica a continuación:

F_1 : 200 unidades de A , 40 de B y 30 de C .

F_2 : 20 unidades de A , 100 de B y 200 de C .

F_3 : 80 unidades de A , 50 de B y 40 de C .

Cada unidad de A que se vende proporciona un beneficio de 5 euros; por cada unidad de B , se obtienen 20 euros de beneficio; y por cada una de C , 30 euros.

Sabiendo que la empresa vende toda la producción diaria, obtén matricialmente el beneficio diario obtenido con cada una de las tres factorías.

Solución:

Organizamos los datos que tenemos en dos matrices; su producto nos da la matriz que buscamos:

$$\begin{matrix} & A & B & C \\ F_1 & \begin{pmatrix} 200 & 40 & 30 \end{pmatrix} \\ F_2 & \begin{pmatrix} 20 & 100 & 200 \end{pmatrix} \\ F_3 & \begin{pmatrix} 80 & 50 & 40 \end{pmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} A & \begin{pmatrix} 5 \end{pmatrix} \\ B & \begin{pmatrix} 20 \end{pmatrix} \\ C & \begin{pmatrix} 30 \end{pmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} F_1 & \begin{pmatrix} 2700 \end{pmatrix} \\ F_2 & \begin{pmatrix} 8100 \end{pmatrix} \\ F_3 & \begin{pmatrix} 2600 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

11. En una pastelería elaboran tres tipos de postres: A , B y C , utilizando leche, huevos y azúcar (entre otros ingredientes) en las cantidades que se indican:

A : 3/4 de litro de leche, 100 g de azúcar y 4 huevos.

B : 3/4 de litro de leche, 112 g de azúcar y 7 huevos.

C : 1 litro de leche y 200 g de azúcar.

El precio al que se compran cada uno de los tres ingredientes es de 0,6 euros el litro de leche, 1 euro el kg de azúcar, y 1,2 euros la docena de huevos.

Obtén matricialmente el gasto que supone cada uno de estos tres postres (teniendo en cuenta solamente los tres ingredientes indicados).

Solución:

El precio de cada litro de leche es de 0,6 euros; el precio de cada gramo de azúcar es de 0,001

euros; y el precio de cada huevo es de 0,1 euros.

Organizamos los datos que nos dan en dos matrices; su producto es la matriz que buscamos:

$$\begin{array}{ccc} & L & Az & H \\ A & \begin{pmatrix} 3/4 & 100 & 4 \end{pmatrix} & L & \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,001 \end{pmatrix} & = & A & \begin{pmatrix} 0,95 \\ 1,262 \end{pmatrix} \\ B & \begin{pmatrix} 3/4 & 112 & 7 \end{pmatrix} & \cdot & Az & \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,001 \end{pmatrix} & = & B & \begin{pmatrix} 0,95 \\ 1,262 \end{pmatrix} \\ C & \begin{pmatrix} 1 & 200 & 0 \end{pmatrix} & \cdot & H & \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,001 \end{pmatrix} & = & C & \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,8 \end{pmatrix} \end{array}$$

Por tanto, el postre A supone 0,95 euros, el B 1,26 euros; y el C , 0,8 euros.